

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
дисципліни  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**  
(для бакалаврів)

МАУП

Київ  
ДП «Видавничий дім «Персонал»  
2009

Підготовлено кандидатами фізико-математичних наук, професорами кафедри математики *О. Ю. Дюженковою та Р. К. Чорнеєм*

Затверджено на засіданні кафедри математики  
(протокол № 10 від 21.05.08)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Дюженкова О. Ю., Чорней Р. К.** Навчальна програма дисципліни “Теорія ймовірностей та математична статистика” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2009. — 22 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни, контрольні завдання, питання для самоконтролю, а також список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2009
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2009

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Теорія ймовірностей та математична статистика” посідає важливе місце в підготовці фахівців вищої кваліфікації — економістів, фінансистів, менеджерів, бухгалтерів-аудиторів, маркетингологів. Без опанування елементів цієї науки не можливе вивчення закономірностей випадкових явищ та їх використання у побудові економічних стохастичних моделей на мікро- та макрорівнях. Курс “Теорія ймовірностей та математична статистика” є базовим для подальшого вивчення таких дисциплін, як “Теорія прийняття рішень”, “Економетрія”, “Економічний ризик та методи його обчислення” тощо.

У результаті вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей та математична статистика” студенти повинні **знати**:

- основні поняття і теореми теорії ймовірностей;
- основні методи знаходження ймовірностей випадкових величин;
- основні закони розподілу випадкових величин;
- граничні теореми теорії ймовірностей;
- основні поняття математичної статистики;
- основні методи статистичного опису результатів спостереження;
- основні методи перевірки статистичних гіпотез;
- елементи дисперсійного аналізу;
- елементи теорії регресії і кореляції.

А також **уміти**:

- знаходити ймовірності складних подій;
- аналізувати дискретні і неперервні випадкові величини;
- застосовувати статистичні методи для обробки і аналізу даних і приймати на основі цього обґрунтовані рішення.



**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ**  
**ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

**Змістовий модуль I. Випадкові події**

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.**

**Випадкові події**

1. Предмет курсу, його зміст.
2. Випадкові події та їх класифікація.
3. Операції над подіями.
4. Класичне та статистичне означення ймовірності події.
5. Геометрична ймовірність.

*Література* [1 (с. 17–30); 2; 4–6; 9 (с. 3–12); 10; 12(с. 3–19)]

**Тема 2. Елементи комбінаторики та їх застосування**

1. Основні правила комбінаторики.
2. Різні види сполук: розміщення, перестановки та сполучення.
3. Застосування елементів комбінаторики до розв'язування ймовірносних задач.

*Література* [1 (с. 30–35); 3; 4; 7; 9; 10; 12 (с. 20–28)]

**Тема 3. Основні формули додавання й множення ймовірностей**

1. Формули (теореми) додавання ймовірностей випадкових подій.
2. Залежні та незалежні події. Умовна ймовірність події.
3. Формули (теореми) множення ймовірностей залежних та незалежних випадкових подій.
4. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

*Література* [1 (с. 43–59); 2; 3; 4 (с. 31–53); 7 (с. 16–22); 9; 12 (с. 29–39)]

**Тема 4. Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)**

1. Повторні незалежні випробування.
  2. Формула Бернуллі та її застосування.
  3. Найімовірніше число появи події.
  4. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Локальна та інтегральна функції Лапласа.
  5. Формула Пуассона для малоїмовірних випадкових подій.
- Література* [1 (с. 69–78); 2; 3; 4 (с. 55–63); 7 (с. 26–35); 9; 12 (с. 40–48)]

## **Змістовий модуль II. Випадкові величини**

### ***Тема 5. Одновимірні дискретні випадкові величини та їх основні закони розподілу***

1. Означення дискретної випадкової величини.
2. Закон (ряд) розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу дискретної випадкової величини.
4. Основні закони розподілу дискретної випадкової величини: біноміальний, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний та розподіл Пуассона.

*Література* [1 (с. 94–95, 100–104); 3; 4; 7 (с. 38–41, 83–86); 12 (с. 49–57)]

### ***Тема 6. Одновимірні неперервні випадкові величини та їх основні закони розподілу***

1. Означення неперервної випадкової величини.
2. Інтегральна та диференціальна функції розподілу неперервної випадкової величини, їх властивості.
3. Рівномірний закон розподілу неперервної випадкової величини.
4. Нормальний закон розподілу та його застосування. Правило трьох сигм.
5. Експоненціальний (показниковий) закон розподілу та його застосування.
6.  $\chi^2$ -розподіл. Розподіл Стьюдента. Розподіл Фішера—Снедекора.

*Література* [1(с. 94–100, 117–125); 4; 7 (с. 38–45, 90–102); 12 (с. 62–71)]

### ***Тема 7. Числові характеристики одновимірних випадкових величин***

1. Числові характеристики випадкових величин та їх властивості. Математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, мода і медіана; початкові і центральні моменти, асиметрія та ексцес для дискретних і неперервних випадкових величин.
2. Числові характеристики для основних законів розподілу випадкових величин.

*Література* [1 (с. 104–122); 2–6; 7 (с. 46–53); 8; 9; 12 (с. 83–89)]

**Тема 8. Багатовимірні випадкові величини.  
Системи двох випадкових величин**

1. Означення багатовимірної випадкової величини. Двовимірна випадкова величина.
2. Система двох дискретних випадкових величин, її закон розподілу.
3. Числові характеристики системи, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції та їх властивості.
4. Система двох неперервних випадкових величин, функція та щільність розподілу ймовірностей системи, їх властивості.
5. Числові характеристики складових системи. Умовні закони розподілу та їх числові характеристики. Кореляційна залежність.  
*Література* [1 (с. 132–141); 3; 4 (с. 155–179); 7 (с. 57–70); 12 (с. 95–133)]

**Тема 9. Функції випадкових величин**

1. Означення функції випадкових величин.
2. Функція дискретної випадкової величини та її числові характеристики.
3. Функція неперервної випадкової величини та її числові характеристики.
4. Функція двох дискретних випадкових величин.
5. Функція двох неперервних випадкових величин, її функція та щільність розподілу ймовірностей.  
*Література* [1 (с. 141–146); 3; 4 (с. 111–116); 7 (с. 72–79); 12 (с. 135–142)]

**Тема 10. Граничні теореми теорії ймовірностей**

1. Нерівність Чебишева та її значення.
2. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.
3. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.  
*Література* [1 (с. 126–131); 3–5; 7 (с. 106–112); 8; 9; 12 (с. 147–152)]

**Тема 11. Елементи теорії випадкових процесів**

1. Означення та класифікація випадкових процесів.
2. Закони розподілу та основні характеристики випадкових процесів.
3. Потік подій та його властивості. Пуассонівський потік.

4. Марковські процеси. Марковські ланцюги із дискретним станом.
5. Елементи теорії масового обслуговування (теорія черг).

*Література* [2; 3; 4 (с. 69–72, 455–460); 5; 6; 7 (с. 380–385); 8; 9; 14; 15]

### **Змістовий модуль III. Математична статистика**

#### ***Тема 12. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод***

1. Предмет та методи математичної статистики.
2. Генеральна та вибіркова сукупності.
3. Статистичні розподіли вибірки (точковий та інтервальний).
4. Полігон і гистограма частот (відносних частот).
5. Емпірична функція розподілу та її графік.
6. Вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибіркова дисперсія, вибіркове середньоквадратичне відхилення, мода і медіана для дискретних та інтервальних статистичних розподілів вибірки.
7. Емпіричні початкові і центральні моменти, асиметрія та ексцес.

*Література* [1 (с. 165–215); 4 (с. 187–196); 7 (с. 114–130); 12 (с. 157–177)]

#### ***Тема 13. Статистичні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності***

1. Точкові статистичні оцінки: зміщені, незміщені, ефективні та обґрунтовані.
2. Статистичні оцінки для генерального середнього та генеральної дисперсії.
3. Інтервальні статистичні оцінки, їх точність та надійність.
4. Довірчі інтервали для невідомих параметрів  $a$  і  $\sigma$  нормально розподіленої ознаки генеральної сукупності.

*Література* [1; 4 (с. 197–219, 281–287, 329–333); 7(с. 133–148); 8; 9; 12]

#### ***Тема 14. Статистичні гіпотези та їх перевірка***

1. Статистичні гіпотези. Основна та альтернативна гіпотези.
2. Рівень значущості. Помилки першого і другого роду.
3. Статистичний критерій, спостережене значення критерію.
4. Критична область, область прийняття гіпотези, критична точка.



5. Перевірка статистичної гіпотези про рівність дисперсій двох нормально розподілених генеральних сукупностей.
6. Перевірка гіпотези про нормальний закон розподілу генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона.

*Література* [1; 4 (с. 197–219, 281–292, 329–333); 7–9; 12 (с. 228–265)]

### **Тема 15. Елементи дисперсійного аналізу**

1. Модель експерименту. Однофакторний аналіз.
2. Таблиця результатів спостережень.
3. Загальна дисперсія, міжгрупова та внутрішньогрупова дисперсії.
4. Незміщені оцінки дисперсій.
5. Загальний метод перевірки впливу фактора на ознаку способом порівняння дисперсій.

*Література* [4 (с. 349–363); 8; 9; 11; 12 (с. 270–300)]

### **Тема 16. Елементи теорії регресії і кореляції**

1. Функціональна, статистична і кореляційна залежності.
2. Рівняння парної регресії. Властивості статистичних оцінок параметрів парної функції регресії.
3. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості.
4. Довірчий інтервал для лінії регресії. Коефіцієнт детермінації.
5. Множинна регресія, статистичні оцінки для параметрів лінійної множинної функції регресії. Множинний коефіцієнт кореляції.
6. Нелінійна регресія. Статистичні оцінки для нелінійних функцій регресії.

*Література* [4 (с. 253–278); 8; 9; 11]

## **ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Завдання контрольної роботи розраховані на студентів усіх форм навчання. Студенти заочної форми навчання виконують ці завдання як контрольну роботу згідно із навчальним планом.

Контрольна робота складається із 7 завдань за темами:

1. Основні поняття та формули теорії ймовірностей (теми 1–3).
2. Повторні незалежні випробування. Схема Бернуллі (тема 4).
3. Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики (теми 5, 7).
4. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин (теми 5, 7).
5. Неперервні випадкові величини та їх основні розподіли (тема 6).

6. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод (тема 12).
7. Статистичні гіпотези та їх перевірка (тема 14).

Кожне завдання містить 10 варіантів. Варіант контрольного завдання студенти обирають за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (цифрі “0” відповідає варіант 10).

Контрольну роботу студенти виконують у зошиті або на аркушах формату А4 з полями для позначок викладача. При виконанні кожного завдання необхідно вказати його номер та переписати умову. Розв’язання завдання обов’язково потрібно супроводжувати поясненнями. У розрахунках слід використовувати правила наближених обчислень.

Тільки при сумлінному дотриманні цих вимог контрольна робота перевіряється і у разі відсутності неправильно виконаних завдань зараховується.

## ***КОНТРОЛЬНІ ЗАВДАННЯ***

### **Завдання 1**

1. В ящику лежать 20 м’ячів: 8 зелених і 12 синіх. З ящика навмання виймають один м’яч. Знайти ймовірність того, що він:  
а) зелений; б) синій.
2. У класі навчається 30 учнів: 12 хлопчиків і 18 дівчаток. З класу навмання вибирають учня. Знайти ймовірність того, що цей учень:  
а) хлопчик; б) дівчинка.
3. На полиці розміщено 10 чашок: 4 білих та 6 червоних. З полицки навмання дістають одну чашку. Знайти ймовірність того, що ця чашка:  
а) біла; б) червона.
4. У корзині лежать 25 яблук: 15 зелених і 10 червоних. З корзини навмання виймають одне яблуко. Знайти ймовірність того, що це яблуко:  
а) зелене; б) червоне.
5. На столі лежать 40 зошитів: 24 у клітинку і 16 у лінійку. Навмання дістають один зошит. Знайти ймовірність того, що цей зошит:  
а) у клітинку; б) у лінійку.
6. З карток, які складають слово “фінанси”, випадковим чином вибирається одна картка. Визначити ймовірність того, що на ній буде написана:  
а) буква “ф”; б) буква “в”; в) буква “н”.

7. З карток, які складають слово “менеджмент”, випадковим чином вибирається одна картка. Визначити ймовірність того, що на ній буде написана:
  - а) буква “е”; б) буква “ж”; в) буква “м”.
8. З карток, які складають слово “економіка”, випадковим чином вибирається одна картка. Визначити ймовірність того, що на ній буде написана:
  - а) буква “е”; б) буква “о”; в) буква “к”.
9. З карток, які складають слово “корпорація”, випадковим чином вибирається одна картка. Визначити ймовірність того, що на ній буде написана:
  - а) буква “ц”; б) буква “р”; в) буква “о”.
10. З карток, які складають слово “ціноутворення”, випадковим чином вибирається одна картка. Визначити ймовірність того, що на ній буде написана:
  - а) буква “н”; б) буква “у”; в) буква “о”.

### Завдання 2

Для контролю якості виготовленої продукції відібрано  $n$  виробів. Ймовірність того, що взятий навмання виріб є неякісним, дорівнює  $p$ . Знайти ймовірність того, що серед вибраних виробів буде не менше  $m_1$  і не більше  $m_2$  неякісних, якщо:

- |                 |             |               |               |
|-----------------|-------------|---------------|---------------|
| 1. $n = 500$ ,  | $p = 0,1$ , | $m_1 = 40$ ,  | $m_2 = 80$ ;  |
| 2. $n = 600$ ,  | $p = 0,05$  | $m_1 = 25$ ,  | $m_2 = 60$ ;  |
| 3. $n = 400$ ,  | $p = 0,2$ , | $m_1 = 70$ ,  | $m_2 = 100$ ; |
| 4. $n = 600$ ,  | $p = 0,1$ , | $m_1 = 50$ ,  | $m_2 = 90$ ;  |
| 5. $n = 500$ ,  | $p = 0,05$  | $m_1 = 10$ ,  | $m_2 = 45$ ;  |
| 6. $n = 400$ ,  | $p = 0,1$ , | $m_1 = 30$ ,  | $m_2 = 60$ ;  |
| 7. $n = 700$ ,  | $p = 0,15$  | $m_1 = 90$ ,  | $m_2 = 120$ ; |
| 8. $n = 600$ ,  | $p = 0,2$ , | $m_1 = 100$ , | $m_2 = 140$ ; |
| 9. $n = 400$ ,  | $p = 0,1$ , | $m_1 = 10$ ,  | $m_2 = 60$ ;  |
| 10. $n = 500$ , | $p = 0,2$ , | $m_1 = 80$ ,  | $m_2 = 150$ . |

### Завдання 3

Випадкову величину  $X$ , що визначає добовий попит на певний продукт, задано рядом розподілу. Знайти параметр  $a$  та числові характеристики цієї дискретної випадкової величини:

- а) математичне сподівання  $M(X)$ ;
- б) дисперсію  $D(X)$ ;
- в) середнє квадратичне відхилення  $\sigma_x$ .

1.

$X$	10	20	30	40	50
$p$	0,1	$a$	0,42	0,25	0,08

2.

$X$	100	200	300	400	500
$p$	0,12	0,25	0,28	$a$	0,17

3.

$X$	5	10	15	20	25
$p$	$a$	0,35	0,24	0,13	0,12

4.

$X$	1	10	17	21	24
$p$	0,1	0,15	$a$	0,4	0,1

5.

$X$	1	3	5	7	11
$p$	0,1	0,15	0,42	0,25	$a$

6.

$X$	13	17	19	23	29
$p$	0,5	0,03	0,25	0,12	$a$

7.

$X$	31	37	39	41	43
$p$	0,2	0,1	0,22	$a$	0,38

8.

$X$	47	53	59	61	67
$p$	0,3	$a$	0,2	0,15	0,25

9.

$X$	71	73	79	83	89
$p$	0,2	0,15	$a$	0,15	0,1

10.

$X$	91	97	101	103	107
$p$	0,1	0,15	0,4	$a$	0,14

#### Завдання 4

Для випадкової величини  $X$ , яка має біноміальний закон розподілу з параметрами  $n, p$ :

- 1) записати ряд розподілу цієї величини;
- 2) знайти математичне сподівання  $M(X)$ , дисперсію  $D(X)$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_x$ , якщо:
  1.  $n = 4, p = 0,2$ ;
  2.  $n = 3, p = 0,3$ ;
  3.  $n = 5, p = 0,1$ ;
  4.  $n = 4, p = 0,4$ ;
  5.  $n = 3, p = 0,5$ ;
  6.  $n = 5, p = 0,2$ ;
  7.  $n = 4, p = 0,3$ ;
  8.  $n = 3, p = 0,1$ ;
  9.  $n = 5, p = 0,4$ ;
  10.  $n = 4, p = 0,1$ .

#### Завдання 5

Неперервна випадкова величина  $X$  задана інтегральною функцією розподілу  $F(x)$ . Записати диференціальну функцію  $f(x)$  розподілу, знайти параметр  $a$  та визначити ймовірність попадання величини  $X$  в інтервал  $(\alpha, \beta)$ .

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^3, & 0 \leq x \leq 1, \alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{2}; \\ 1, & x > 1, \end{cases}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ a(x-1), & 1 \leq x \leq 3, \alpha = 2, \beta = 2,8; \\ 1, & x > 3, \end{cases}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 4, \alpha = 1, \beta = 3; \\ 1, & x > 4, \end{cases}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3, \\ a(x+3), & -3 \leq x \leq 1, \alpha = -2, \beta = 0; \\ 1, & x > 1, \end{cases}$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^3, & 0 \leq x \leq 2, \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{3}{2}; \\ 1, & x > 2, \end{cases}$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2, \\ a(x-2)^2, & 2 \leq x \leq 4, \alpha = 2, \beta = 3; \\ 1, & x > 4, \end{cases}$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^{\frac{3}{2}}, & 0 \leq x \leq 8, \alpha = 1, \beta = 8; \\ 1, & x > 8, \end{cases}$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{4}; \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^{\frac{3}{2}}, & 0 \leq x \leq 4, \alpha = 2, \beta = 3; \\ 1, & x > 4, \end{cases}$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\frac{\pi}{2}, \\ \alpha \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0, \alpha = -\frac{\pi}{3}, \beta = 1; \\ 1, & x > 0, \end{cases}$$

### Завдання 6

Задано вибірку, яка характеризує місячний прибуток підприємців (тис. грн.).

- Скласти варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки, побудувати полігон частот.
- Скласти інтервальний статистичний розподіл вибірки, розбивши проміжок  $[x_{\min}, x_{\max}]$  на 4–6 рівних проміжків, та побудувати гістограму частот.
- Обчислити вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибіркє дисперсію, вибіркє середнє квадратичне відхилення, моду та медіану, якщо:
  - 1) 6, 10, 12, 11, 11, 14, 6, 8, 12, 10, 14, 8, 9, 11, 7, 7, 12, 10, 13, 6.
  - 2) 42, 52, 47, 43, 46, 53, 43, 50, 47, 49, 51, 45, 46, 50, 51, 45, 52, 47, 42, 54.
  - 3) 21, 19, 17, 23, 18, 22, 25, 20, 19, 18, 24, 21, 23, 17, 24, 25, 26, 20, 18, 22.
  - 4) 25, 34, 37, 28, 27, 26, 30, 25, 36, 34, 35, 27, 29, 30, 35, 31, 35, 29, 30, 31.
  - 5) 73, 68, 70, 65, 73, 71, 66, 69, 78, 70, 67, 67, 67, 76, 71, 72, 68, 74, 73, 70.
  - 6) 1, 5, 3, 4, 2, 8, 5, 1, 7, 4, 2, 7, 8, 3, 5, 6, 8, 2, 1, 6.
  - 7) 46, 43, 50, 48, 53, 44, 47, 48, 49, 52, 50, 49, 43, 46, 47, 47, 45, 48, 49, 45.
  - 8) 37, 33, 33, 32, 37, 30, 40, 34, 35, 34, 36, 35, 33, 32, 40, 34, 31, 39, 38, 35.
  - 9) 55, 50, 56, 50, 51, 53, 50, 50, 48, 46, 51, 55, 53, 49, 52, 52, 50, 51, 48, 49.
  - 10) 26, 22, 25, 29, 35, 24, 30, 26, 25, 28, 25, 22, 27, 29, 25, 30, 23, 22, 25, 28.

### Завдання 7

Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значущості  $\alpha = 0,05$  перевірити, чи справджується статистична гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності  $X$ , за даними вибірки:

1.

$x_i$	1	3	5	7	9	11	13	15	17
$n_i$	2	4	7	13	18	12	6	5	3

2.

$x_i$	14	20	26	32	38	44	50	56	62
$n_i$	2	3	5	8	9	7	3	2	1

3.

$x_i$	1	4	7	10	13	16	19	22	25
$n_i$	1	2	3	7	12	19	10	5	1

4.

$x_i$	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$n_i$	3	5	8	12	17	15	10	8	2

5.

$x_i$	2	5	8	11	14	17	20	23	26
$n_i$	1	2	3	10	19	18	16	13	8

6.

$x_i$	8	13	18	23	28	33	38	43	48
$n_i$	3	6	12	18	20	16	14	12	9

7.

$x_i$	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$n_i$	4	7	8	12	15	10	6	5	3

8.

$x_i$	9	11	13	15	17	19	21	23	25
$n_i$	5	9	11	14	18	15	12	10	6

9.

$x_i$	1	5	9	13	17	21	25	29	33
$n_i$	5	9	14	21	24	22	19	11	5

10.

$x_i$	1	4	7	10	13	16	19	22	25
$n_i$	2	4	7	8	10	9	6	3	1



## **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

### ***Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події***

1. Що вивчає теорія ймовірностей?
2. Що таке випадкова подія?
3. Які ви знаєте операції над подіями?
4. Дайте різні означення ймовірності.

### ***Тема 2. Елементи комбінаторики та їх застосування***

5. Що таке розміщення, перестановки, сполучення?
6. Як використовуються ці сполуки при розв'язуванні задач в теорії ймовірностей?

### ***Тема 3. Основні формули додавання й множення***

7. Які події називаються залежними, незалежними?
8. Які події називаються сумісними, несумісними?
9. Сформулюйте та запишіть теорему (формулу) додавання ймовірностей.
10. Що таке умовна ймовірність?
11. Сформулюйте та запишіть теорему (формулу) множення ймовірностей для залежних і незалежних подій.
12. Що таке повна група подій?
13. Запишіть формулу повної ймовірності.
14. Запишіть формулу Байеса.

### ***Тема 4. Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)***

15. Опишіть схему Бернуллі.
16. Запишіть формулу Бернуллі.
17. Як знайти найбільш ймовірне число появ події  $A$  в схемі Бернуллі?
18. В яких випадках доцільно використовувати локальну теорему Муавра-Лапласа, інтегральну теорему Муавра-Лапласа, формулу Пуассона?
19. Як визначаються і які властивості мають локальна та інтегральна функції Лапласа?

### ***Тема 5. Одновимірні дискретні випадкові величини та їх основні закони розподілу***

20. Що таке випадкова величина?
21. Що називається дискретною випадковою величиною і як вона задається?

22. Сформулюйте основні закони розподілу дискретної випадкової величини: рівномірний, біноміальний, геометричний та закон розподілу Пуассона.

**Тема 6. Одновимірні неперервні випадкові величини та їх основні закони розподілу**

23. Що називається неперервною випадковою величиною і як вона задається?
24. Як визначаються функція та щільність розподілу неперервної випадкової величини? Наведіть їх властивості.
25. Як обчислюється ймовірність попадання випадкової величини в інтервал  $(a, b)$ ?
26. Сформулюйте основні закони розподілу неперервної випадкової величини: рівномірний, показниковий, нормальний.
27. Сформулюйте “правило трьох сигм” для нормального розподілу випадкової величини.

**Тема 7. Числові характеристики випадкових величин**

28. Що таке математичне сподівання, дисперсія та середнє квадратичне відхилення випадкової величини, які їх властивості?
29. Як визначаються числові характеристики дискретних і неперервних випадкових величин?
30. Чому дорівнюють числові характеристики основних законів розподілу дискретних і неперервних випадкових величин?

**Тема 8. Багатовимірні випадкові величини**

31. Що таке багатовимірна випадкова величина?
32. Що таке система двох випадкових величин?
33. Як задається закон розподілу двовимірної дискретної випадкової величини?
34. Як визначається умовний закон розподілу?
35. Що таке залежні і незалежні випадкові величини?
36. Як задається двовимірна неперервна випадкова величина?
37. Як обчислюються числові характеристики складових двовимірної випадкової величини?
38. Як знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин?

**Тема 9. Функції випадкових величин**

39. Що таке функція випадкових величин?
40. Як записати закон розподілу функції дискретної випадкової величини?

41. Як знайти щільність розподілу функції неперервної випадкової величини?
42. Запишіть формули обчислення числових характеристик функції дискретної та неперервної випадкових величин.

### ***Тема 10. Граничні теореми теорії ймовірностей***

43. Запишіть нерівності Чебишева.
44. Сформулюйте теорему Чебишева та теорему Бернуллі.
45. У чому полягає важливість центральної граничної теореми?

### ***Тема 11. Елементи теорії випадкових процесів***

46. Що таке випадковий процес?
47. За якими характеристиками класифікуються випадкові процеси?
48. Дайте означення властивостей випадкового процесу: стаціонарності, відсутності післядії, ординарності.
49. Що таке потік подій і які він має властивості?
50. Що таке пуассонівський потік, де він застосовується?
51. Як визначається ланцюг Маркова?

### ***Тема 12. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод***

52. Що називається генеральною сукупністю?
53. Що називається вибіркою?
54. Що таке варіаційний ряд?
55. Що називається статистичним розподілом (рядом) частот (відносних частот)?
56. Що таке інтервальний статистичний розподіл частот?
57. Що таке полігон і гістограма?
58. Як обчислюються вибіркові характеристики (вибіркове середнє, вибіркова дисперсія, вибіркове середнє квадратичне відхилення)?
59. Сформулюйте означення моди та медіани.
60. Що таке коефіцієнт асиметрії і ексцес?

### ***Тема 13. Статистичні оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності***

61. Що називається статистичною оцінкою параметра розподілу генеральної сукупності?
62. Дайте означення незміщеності, ефективності, спроможності статистичних оцінок.

63. Які вибіркові характеристики є незміщеними та спроможними оцінками генерального середнього та генеральної дисперсії?
64. Що називається інтервальною оцінкою невідомого параметра?
65. Як будуються довірчі інтервали для параметрів  $a = M(X)$  та  $\sigma$  генеральної сукупності, що має нормальний розподіл?

#### ***Тема 14. Перевірка статистичних гіпотез***

66. Що називається статистичною гіпотезою?
67. Дайте означення основної та альтернативної гіпотези.
68. Що таке статистичний критерій для перевірки гіпотези?
69. Що називається критичною областю, областю допустимих значень гіпотези?
70. Що таке рівень значущості? Що називається помилками першого та другого роду?
71. У чому полягає критерій Пірсона ( $\chi^2$ )? Для перевірки якої гіпотези він застосовується?

#### ***Тема 15. Елементи дисперсійного аналізу***

72. Що таке дисперсійний аналіз?
73. В яких випадках застосовується однофакторний аналіз і в чому він полягає?
74. Як будуються і заповнюються таблиці результатів спостережень?
75. Які види дисперсій ви знаєте? У чому їх відмінність?
76. У чому полягає загальний метод перевірки впливу фактора на ознаку способом порівняння дисперсій?
77. Що таке двофакторний дисперсійний аналіз і в яких випадках він застосовується?

#### ***Тема 16. Елементи теорії регресії і кореляції***

78. Які види залежності між величинами ви знаєте? У чому полягає їх відмінність?
79. Що таке регресія?
80. Які методи знаходження коефіцієнтів парної лінійної регресії?
81. Як знайти вибірковий коефіцієнт кореляції?
82. Яким чином обчислюється коефіцієнт детермінації?
83. Що таке множинна регресія? В яких випадках її використовують?
84. Що таке множинний коефіцієнт регресії? Як він знаходиться?
85. Дайте означення і наведіть приклади нелінійної регресії.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Математика для економістів. Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: НАУ, 1999.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1962.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высш. шк., 1999.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1999.
5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1969.
6. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976.
7. Горбань С. Ф., Снижко Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999.
8. Гурский Е. М. Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высш. шк., 1971.
9. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. — К.: УМК ВО, 1991.
10. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. — К.: КІНГ, 1991.
11. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Практикум з математичної статистики. — К.: КІНГ, 1991.
12. Чорней Р. К., Дюженкова О. Ю., Жильцов О. Б. та ін. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики / За ред. Р. К. Чорнея. — К.: МАУП, 2003.

### Додаткова

13. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: ЮНИТИ, 2000.
14. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. — М., 1982.
15. Шефтель З. Г. Теорія ймовірностей. — К., 1994.

## **ЗМІСТ**

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни	
“Теорія ймовірностей та математична статистика” .....	4
Зміст дисципліни	
“Теорія ймовірностей та математична статистика” .....	5
Вказівки до виконання контрольної роботи.....	9
Контрольні завдання .....	10
Питання для самоконтролю.....	17
Список літератури.....	21

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*  
Редактор *С. Г. Рогузько*  
Комп’ютерне верстання *А. А. Кучерук*

Зам. № ВКЦ-4136

Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
Друк ротатійний трафаретний.

Наклад 50 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»

03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. XX

*Свідectво про внесення до Державного реєстру  
суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*