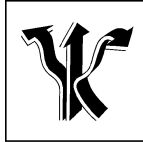


МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ”**  
**(для бакалаврів)**

Київ 2006

Підготовлено професором кафедри прикладної математики  
та програмування *І. В. Бейком*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики  
та програмування (протокол № 5 від 18.01.06)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Бейко І. В.** Навчальна програма дисципліни “Теорія масового обслуговування” (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2006. — 10 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Теорія масового обслуговування”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета вивчення курсу — опанувати знання, набути уміння та навички, необхідні для розв’язання задач масового обслуговування.

Для вивчення курсу необхідні знання таких фундаментальних математичних дисциплін: лінійна алгебра, аналітична геометрія, математичний аналіз, теорія ймовірностей і математична статистика.

Завдання курсу — ознайомити студентів з принципами, можливостями та особливостями сучасних методів розв’язування математичних задач масового обслуговування з використанням комп’ютерних засобів математичного моделювання та числових експериментів; поглиблення знань у важливих напрямках прикладної математики, зокрема задач підвищеної складності з математичного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики з використанням комп’ютерного моделювання.

### ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни “ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
	<b>Змістовий модуль 1. Одно- та багатоканальні системи масового обслуговування (СМО)</b>
1	Приклади СМО. Математичні моделі СМО
2	Імітаційне моделювання СМО. Метод стохастичних випробувань. Генератори випадкових величин
3	Режими роботи СМО, стан рівноваги і закон Літтла
4	Моделювання неперервних випадкових величин
5	Аналітичні розв’язки для детермінованих та змішаних систем і метод Монте-Карло
6	Багатоканальні СМО
	<b>Змістовий модуль 2. Стохастичні мережі і граф-операторні моделі СМО</b>
7	Стохастичні мережі СМО
8	Операційні змінні та баланс потоків у мережі
9	Підвищення надійності систем резервуванням із відновленням. Граф-операторні моделі СМО і алгоритми оцінювання за даними спостережень
Разом годин: 108	

**ЗМІСТ**  
*дисципліни*  
**“ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ”**

**Змістовий модуль 1. Одно- та багатоканальні системи масового обслуговування (СМО)**

***Тема 1. Приклади СМО. Математичні моделі СМО***

Задачі теорії масового обслуговування. Математичні моделі СМО. Системи з відмовами і системи з чергами. Системи з обмеженими та необмеженими чергами. Канали обслуговування, одно- та багатоканальні СМО. Дисципліна обслуговування. Характеристики ефективності роботи СМО: абсолютна пропускна спроможність (середня кількість обслугованих заявок за одиницю часу), відносна пропускна спроможність (ймовірність того, що заявку буде обслуговано), ймовірність відмови в обслуговуванні заявки, середня кількість заявок у СМО (які в заданий момент часу обслуговуються або перебувають у черзі), середня кількість заявок в черзі, середній час перебування заявки у СМО, середній час перебування заявки в черзі, середня кількість зайнятих каналів на даний момент часу та ін. Задачі оптимізації СМО.

*Література* [1–3]

***Тема 2. Імітаційне моделювання СМО. Метод стохастичних випробувань. Генератори випадкових величин***

Метод стохастичних випробувань (метод Монте-Карло). Генератори випадкових величин (апаратні та програмні). Програмний мультиплікативний конгруентний метод. Моделювання дискретних випадкових величин. Моделювання події. Моделювання групи несумісних подій. Моделювання умовної події. Імітаційне моделювання СМО (ймовірність надходження вимог у мережу ззовні до будь-якого вузла; ймовірність переходу вимог від одного вузла до іншого; кількість вимог, які залишили один вузол і надійшли до нього; загальний час обслуговування вимог у заданому вузлі).

*Література* [2–4]

***Тема 3. Режими роботи СМО, стан рівноваги і закон Літтла***

Детерміновані та випадкові вхідні потоки. Пуассонові потоки. Обмеження за довжиною черги та за часом перебування в ній. Дисципліна обслуговування (безпріоритетні, пріоритетні, цикліч-

ні). Терміни обслуговування (детерміновані та випадкові). Одно- та багатоканальні системи обслуговування. Вихідний потік (багатофазові системи і мережі СМО). Режими роботи СМО (режими відмови та блокування обслуговування). Стан рівноваги СМО і закон Літгла.

*Література* [2–4; 7]

#### ***Тема 4. Моделювання неперервних випадкових величин***

Використання методу оберненої функції. Моделювання рівномірного розподілу в інтервалі  $(a, b)$  випадкової величини. Моделювання експоненційного розподілу випадкової величини. Моделювання випадкової величини  $X$ , розподіленої за експоненційним законом, для моделювання пуассонового потоку вимог. Моделювання нормального закону розподілу випадкової величини. Використання центральної граничної теореми. Точні методи моделювання нормального розподілу випадкової величини.

*Література* [1; 5; 6; 8]

#### ***Тема 5. Аналітичні розв'язки для детермінованих та змішаних систем і метод Монте-Карло***

Середній час перебування в черзі. Формула Літгла і середня кількість вимог у черзі. Коефіцієнт завантаження (коефіцієнт використання) пристрою обслуговування. Аналітичні розв'язки і метод числових експериментів з використанням моделювання. Детермінована система О/В/1 і змішана система В/М/1. Метод Монте-Карло для моделювання стохастичних систем.

*Література* [1–4]

#### ***Тема 6. Багатоканальні СМО***

Основні формули для розрахунку ймовірностей перебування СМО в заданому стані: пристрої обслуговування вільні; обслуговуванням зайнята задана кількість пристроїв або в системі перебуває задана кількість вимог; усі пристрої зайняті; усі пристрої зайняті обслуговуванням і  $k$  вимог перебувають у черзі; час перебування вимог у черзі перевищує задану величину тощо. Середня довжина черги. Середня кількість вільних від обслуговування пристроїв. Середня кількість зайнятих обслуговуванням пристроїв. Середній час чекання вимогою початку обслуговування у системі.

*Література* [1; 2; 6]

## **Змістовий модуль 2. Стохастичні мережі і граф-операторні моделі СМО**

### ***Тема 7. Стохастичні мережі СМО***

Стохастичні мережі СМО. Замкнені та розімкнені мережі. Стохастичні марківські процеси. Операційний аналіз стохастичних мереж (середній час перебування вимоги в окремих вузлах мережі, завантаження пристроїв у вузлах, середня довжина черг до вузлів та ін.). Замкнені мережі (вимоги, що залишають мережу і знову повертаються до неї).

*Література* [1; 2; 4; 5]

### ***Тема 8. Операційні змінні та баланс потоків у мережі***

Операційні змінні (коефіцієнт використання вузла; середній час перебування у вузлі; інтенсивність вихідного потоку вимог з вузла. Баланс потоків у мережі (кількість вимог, що надійшли до деякого вузла за тривалий період  $T$ , дорівнює кількості вимог, що залишили цей вузол) та його використання для визначення залежності між операційними змінними для кожного вузла мережі. Закон Літтла для всієї мережі загалом. Визначення часу перебування в замкненій мережі. Пошук “вузьких” місць у мережі (вузла, в якому коефіцієнт завантаження наближається до одиниці, і час перебування в мережі повністю визначається її вузьким місцем).

*Література* [2–4; 7]

### ***Тема 9. Підвищення надійності систем резервуванням із відновленням. Граф-операторні моделі СМО і алгоритми оцінювання за даними спостережень***

Узагальнені граф-операторні СМО. Визначення кількості реалізацій при моделюванні випадкових величин. Визначення кількості реалізацій для оцінки ймовірності настання події. Визначення кількості реалізацій для оцінки середнього значення випадкової величини.

*Література* [3–6; 8]

## ***ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ***

1. Що таке система масового обслуговування?
2. Основні завдання теорії масового обслуговування.
3. Математичні моделі СМО.
4. СМО з відмовами і чергами.
5. Системи з обмеженими та необмеженими чергами.
6. Одно- та багатоканальні СМО.
7. Дисципліна обслуговування й основні характеристики ефективності роботи СМО.
8. Пропускна спроможність СМО абсолютна і відносна.
9. Метод стохастичних випробувань (метод Монте-Карло).
10. Генератори випадкових величин.
11. Моделювання дискретних випадкових величин.
12. Імітаційне моделювання СМО.
13. Детерміновані та випадкові вхідні потоки.
14. Пуассонові потоки.
15. Обмеження за довжиною черги та за часом перебування в ній.
16. Дисципліна обслуговування. Безпріоритетні, пріоритетні та циклічні черги.
17. Терміни обслуговування: детерміновані та випадкові.
18. Одно- та багатоканальні системи обслуговування.
19. Вихідні потоки в мережах СМО.
20. Стан рівноваги СМО і закон Літгла.
21. Методи моделювання неперервних випадкових величин.
22. Моделювання пуассонового потоку вимог.
23. Моделювання нормального закону розподілу випадкової величини.
24. Аналітичні розв'язки для детермінованих і змішаних систем.
25. Метод Монте-Карло для моделювання стохастичних систем.
26. Основні формули для розрахунку ймовірностей станів перебування СМО.
27. Стан звільнення усіх пристроїв обслуговування.
28. Імовірність стану, коли обслуговуванням зайнята задана кількість пристроїв.
29. Імовірність стану, коли в системі перебуває задана кількість вимог.
30. Імовірність стану, коли всі пристрої зайняті.

31. Імовірність стану, коли всі пристрої зайняті обслуговуванням і  $k$  вимог перебувають у черзі.
32. Імовірність стану, коли час перебування вимог у черзі перевищує заданий.
33. Середня довжина черги.
34. Середня кількість вільних від обслуговування пристроїв.
35. Середня кількість зайнятих обслуговуванням пристроїв.
36. Середній час очікування вимоги до початку обслуговування в системі.
37. Стохастичні мережі СМО.
38. Замкнені та розімкнені мережі.
39. Стохастичні марківські процеси.
40. Операційний аналіз стохастичних мереж.
41. Оцінювання середнього часу перебування вимоги в окремих вузлах мережі.
42. Оцінювання завантаженості пристроїв СМО.
43. Оцінювання середньої довжини черги.
44. Замкнені мережі.
45. Коефіцієнт використання вузла.
46. Середній час перебування у вузлі та інтенсивність вихідного потоку вимог з вузла.
47. Баланс потоків у мережі (рівність кількості вимог, що надійшли до деякого вузла за тривалий період, та кількості вимог, що залишили цей вузол).
48. Визначення залежності між операційними змінними для кожного вузла мережі.
49. Закон Літгла для мережі загалом.
50. Визначення часу перебування в замкненій мережі.
51. Пошук “вузьких” місць у мережі (вузли, в яких коефіцієнт завантаження наближається до одиниці).
52. Методи підвищення надійності систем резервуванням із відновленням.
53. Граф-операторні моделі СМО.
54. Узагальнені граф-операторні СМО.
55. Визначення кількості реалізацій при моделюванні випадкових величин.
56. Визначення кількості реалізацій для оцінки ймовірності настання події.

57. Визначення кількості реалізацій для оцінки середнього значення випадкової величини.
58. Оцінювання параметрів граф-операторної моделі за даними спостережень.
59. Керування в системах масового обслуговування.
60. Методи оптимізації СМО.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

### *Основна*

1. *Томашевський В. М.* Імітаційне моделювання систем і процесів: Навч. посіб. — К.: ІЗМН, 1994. — 124 с.
2. *Томашевський В. М., Данова О. Г., Жолдаков О. О.* Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання: Навч. посіб. — К.: Корнійчук, 2001. — 268 с.
3. *Вентцель Е. Ф., Овчаров Л. А.* Прикладные задачи теории вероятностей. — М.: Радио и связь, 1983. — 416 с.
4. *Новиков О. А., Петухов С. И.* Прикладные вопросы теории массового обслуживания. — М.: Радио и связь, 1969. — 400 с.

### *Додаткова*

5. *Клешрок Л.* Теория массового обслуживания. — М.: Машиностроение, 1979. — 432 с.
6. *Гниденко Б. В., Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1966. — 431 с.
7. *Литвинов В. В., Марьянович Т. П.* Методы построения имитационных систем. — К.: Наук. думка, 1991. — 120 с.
8. *Система* программного обеспечения для имитационного моделирования на ОР88/РС. Версия 2. 1991. — 200 с.

## ***ЗМІСТ***

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Теорія масового обслуговування” .....	3
Зміст дисципліни “Теорія масового обслуговування” .....	4
Питання для самоконтролю .....	7
Список літератури .....	9

Відповідальний за випуск	<i>Ю. В. Нешкуренко</i>
Редактор	<i>І. В. Хронюк</i>
Комп’ютерне верстання	<i>М. М. Соколовська</i>

Зам. № ВКЦ-2696

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП